

CCS 2015 1. Zh

1 Gyakorlat - 15p

1. Legyen $f(t) = e^t$ és $g(t) = t$

Számolja ki f és g konvolúcióját (3p)!

MO:

$$\begin{aligned} f \star g &= \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau = \int_0^t (t-\tau)e^\tau d\tau = \int_0^t te^\tau d\tau - \int_0^t \tau e^\tau d\tau = \\ &= t[e^\tau]_0^t - [(\tau-1)e^\tau]_0^t = t(e^t-1) - ((t-1)e^t+1) = e^t - t + 1 \end{aligned}$$

2. Legyen $Y(s) = \frac{2s+1}{s^2+s-6}$! $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = ?$ (2p) BIBO-stabil-e a rendszer ha $y(t)$ az impulzusválasza? (1p)

MO: $Y(s) = \frac{2s+1}{(s+3)(s-2)} = \frac{C_1}{s+3} + \frac{C_2}{s-2}$

$$C_i = \lim_{s \rightarrow \alpha_i} (s - \alpha_i)Y(s)$$

$$C_1 = \lim_{s \rightarrow -3} (s+3)Y(s) = \frac{(2s+1)}{(s-2)} \Big|_{s=-3} = 1$$

$$C_2 = \lim_{s \rightarrow 2} (s-2)Y(s) = \frac{(2s+1)}{(s+3)} \Big|_{s=2} = 1$$

$\rightsquigarrow y(t) = e^{-3t} + e^{2t}$, Nem.

3. Adott a következő állapottér modell:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 2x_2 \\ \dot{x}_2 &= 2x_3 - x_2 - x_1 + u \\ \dot{x}_3 &= x_2 \end{aligned}$$

- Irányítható-e a rendszer (1p)?
- Létezik-e olyan u bemenet ami a rendszert véges időn belül az $x_1 = [0 \ 0 \ 0]^T$ állapotból az $x_2 = [2 \ 0 \ 1]^T$ állapotba juttatja? (1p)
- Létezik-e olyan u bemenet ami a rendszert véges időn belül az $x_3 = [-4 \ 2 \ -2]^T$ állapotból az $x_4 = [1 \ 0 \ 0]^T$ állapotba juttatja? (1p)

MO:

$$AB = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad A^2B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow$$

- Nem ($\det \mathcal{C} = [B \ AB \ A^2B] = 0$)
- Igen, x_2 az irányíthatósági altérben van ($= B + AB$)
- Nem, x_3 az irányíthatósági altérben van, de x_4 nincs az irányíthatósági altérben. Ha a rendszer az irányíthatósági altérből indul, ott is marad.

4. Legyen

$$H(s) = \frac{1}{(s+2)(s+3)}$$

írja fel a rendszer két különböző realizációját és mutassa meg hogy valóban realizációk!
(3p)

MO:... $H(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$

5. Adott a következő állapottér modell:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C = (1 \quad 1)$$

Írja fel a rendszer állapottér modelljét az alábbi új változókbán: $\tilde{x}_1 = x_1 - x_2 \quad \tilde{x}_2 = x_1 + x_2$
(3p)

MO: $T = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow T^{-1} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \\ -0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$

$$\rightsquigarrow \tilde{A} = TAT^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \quad \tilde{B} = TB = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{C} = CT^{-1} = [0 \quad 1]$$